



从《杨辉算法》看南宋区域农业经济史的两个侧面*

吕变庭 武晨琳

摘要:《杨辉算法》是南宋后期杨辉所编撰的一部算学著作集,该著以算题形式为我们保存了当时台州地籍的一些原始资料。因此,我们可以通过这些算题对南宋后期整个江浙丘陵地区的农业生产状况作一粗略估计,尤其是根据民间粮食交易的客观需要,杨辉还对“方斛”或“方积”与“圆斛”或“圆积”之间的数量关系进行了换算,从而为不同形制的量斛制造提供了科学依据。杨辉作为南宋晚期一名应用数学家,以数理科学为工具,对南宋市井民量进行大胆改造,从而使当时民间商品交易更趋于公平合理,这种力行实践的科学精神值得肯定。

关键词:《杨辉算法》;南宋;农业;负山滨海

中图分类号:K245

文献标识码:A

文章编号:2095-5669(2023)01-0111-10

《杨辉算法》是南宋后期杨辉所编撰的一部算学著作集,它由《乘除通变本末》(成书于1274年)《田亩比类乘除捷法》(成书于1275年)和《续古摘奇算法》(成书于1275年)三部分内容构成,因其算题大都源自南宋各地的生产和生活实际,故算题中蕴含着大量区域社会经济史方面的史料信息。可惜,以往研究者多关注《杨辉算法》本身的数学成就,鲜有留意《杨辉算法》与南宋区域社会经济发展史之间的关系问题。故本文不揣浅陋,拟结合近年来在读史过程中所获之部分心得,拾零成篇,以期推动对这一问题的研究。

一、从《台州量田图》看南宋“负山滨海”地域的农业经济开发

南宋孝宗朝之后,采取对垦田者“免税三年”的政策,甚至通过“止宜实田起税”^{[1]4176}的措

施来抑制民间的“告讦之风”,鼓励勤劳之民于“闲旷确确之地,垦成田园”^{[1]4176},以此保护农民垦荒的积极性。经过一段时间的开垦,出现了“浙间无寸土不耕,田垄之上又种桑种菜”^[2]的现象,这说明两浙路增收的途径日趋多元化。正是在这种历史背景下,如何量田计赋就成了南宋政府比较迫切解决的现实问题。

在宋代的两浙东路诸州中,台州经济开发速度较快,因而人多地少的矛盾比较突出。南宋陈耆卿在《嘉定赤城志》中描述台州的人地关系说:“州负山滨海,沃土少而瘠地多,民生其间,转侧以谋衣食,寸壤以上未有菜而不耕者也。”^{[3]7389}在“负山滨海”的生存环境里,山区开发与海洋开发是台州农业经济发展的两条主要途径。限于论题所及,本文重点考察台州的山区农业开发状况。

台州多山多水,因地制宜地发展多元农业有其特殊优势。从行政区划的角度看,台州由

收稿日期:2022-08-31

*基金项目:国家社会科学基金重大项目“17-20世纪国外学者研究中国宋元数理科学的历史考察和文献整理”(20&ZD228)。

作者简介:吕变庭,男,河北大学宋史研究中心教授、博士生导师(河北保定 071002),主要从事宋代科技史研究。武晨琳,女,河北大学硕士研究生(河北保定 071002)。

临海、黄岩、天台、仙居、宁海五县构成，“提封之境”为“东西三百九十里，南北三百九十里”；“四正之境”为“东一百八十里入海，西二百一十三里苍岭入处州，南一百三十九里盘山入温州，北一百四十五里关岭入绍兴府”^{[3]7288}。这是整个台

州农业生产发展的空间，按《筹数书》“一平方里等于3顷75亩”^[4]计算，这里的州面积约为20927250亩。

依《嘉定赤城志》的统计数据，当时台州五县的土地开发程度，一如下表所示。

表1 南宋时期台州五县田、地、山土地开发情况统计表

县名		临海县	黄岩县	天台县	仙居县	宁海县
类型						
田	祖田	637955 亩			309226 亩	
	经界田		939163 亩			385032 亩
	海涂田	24771 亩	11811 亩			686 亩
	三等田			313122 亩		
	新围田	5612 亩			900 亩	
	学田	1837 亩	540 亩	80 亩	155 亩	210 亩
	寺观田	35532 亩	29239 亩	37783 亩	13866 亩	8282 亩
地	生熟地	234017 亩				
	坊郭舍基	1732 亩				
	三等地		153931 亩			322019 亩
	六等地			117646 亩		
	坊郭			33 亩	817 亩	
	四等地				120608 亩	
	学田地		41 亩	623 亩	881 亩	291 亩
寺观地	10690 亩	4808 亩	8749 亩	4980 亩	5541 亩	
山	生熟山	361923 亩				
	坊郭	279 亩				
	三等山		60801 亩		221336 亩	
	四等山			330565 亩		
	上中等山					778631 亩
	学田山		13 亩	1543 亩	41 亩	1854 亩
	寺观山	62338 亩	14928 亩	77109 亩	27554 亩	43824 亩
总计	1376686 亩	1215275 亩	887253 亩	700364 亩	1546370 亩	

以上统计数据是南宋台州地方政府征收赋税的物质基础，其可靠性毋庸置疑。因此，《嘉定赤城志·版籍门》叙录云：

按：绍兴十八年（1148年）李侍郎椿年建行经界，俾编户实书其产，依土风水色，认两税，履亩授砧基，贰藏之官，于是州县无隐田。余闻长老言，李健而明，吏不得弄毛发，以故得事集，集后无敢议者。今七十有五载，猾吏豪民，相倚仗为蠹，赋役庞乱，遂有举行前说者焉。往岁宁海、黄岩尝行之矣，临海、仙居则方行而未备也。^{[3]7389}

这段记载表明台州一地曾经在南宋宁宗嘉定十

五年（1222年）重新施行经界^[5]，其主要成果就是编订了《台州量田图》。据考，与李椿年所行经界的内容相比，这次台州经界则在原来分五个等级的基础上，又增加了新围田、海涂田、生熟山、生熟地等名目，目的在于增加赋额^[6]。换言之，《嘉定赤城志》所载田、地、山面积实际上都是赋税面积。所以有论者云，南宋“国狭用广，赋敛多立名色”^{[7]71}，而“李椿年奏行经界法，履亩授号，尺土寸壤皆输于官（即缴纳赋税），当时有新围田、新开田、生熟地、生熟山等名色。故邑之山隈海滩无有菜而不耕者”^{[7]71}。这表明南宋时期台州山地的开垦已经到了极限。然而，

即使如此,也仍然无法改变台州耕地严重匮乏的生存局面。如果我们把当时的户数与田亩数进行比较,那么,台州每户平均拥有耕地才仅仅10.01亩。其中宁海县每户平均拥有耕地10.86亩,临海县每户平均拥有耕地9.03亩,黄岩县每户平均拥有耕地13.90亩,天台县每户平均拥有耕地7.14亩,仙居县每户平均拥有耕地9.12亩^{[8]74}。在已知南宋各地的统计数据中,台州每户平均拥有耕地数量最低。按照梁庚尧先生的说法:“每户只有20亩的土地已嫌过少,12.5亩自然更感不足。其他地区缺乏可资比较的资料,但从南宋若干州县每户平均所能拥有的耕地数量看来,至少可以说明此一数量不足以供一家生活之需。”^{[8]73}不过,前揭台州所属各县每户平均拥有的耕地数量,仅仅是一个宏观数据,至于每块耕地的具体情况,一般史书所载均不详。好在《杨辉算法》以算题形式为我们保存了当时台州地籍的一些原始资料,而这些原始资料的史学价值则往往被学界同仁所忽视。

考《杨辉算法》有多处引用南宋《台州量田图》的例题,兹转录如下:

台州量田图,有牛角田,用弧矢田法。^{[9]1078}

台州黄岩县围量田图,有梭田样,即二圭田相并,今立小题验之。^{[9]1080}

台州量田图,有曲尺田,内曲十二步,外曲二十六步,两头各广七步,问田几何?答曰:一百三十三步(约为0.55宋亩)。^{[9]1082}

台州量田图,有箭筈田,两畔各长八步,中长四步,阔十二步,问田几何?答曰:七十二步(约为0.3宋亩)。^{[9]1083}

台州量田图,有箭翎田,中长八步,东西两畔各长四步,阔一十二步,问田几何?答曰:七十二步。^{[9]1083}

在上述例题中,出现了两类“田图”,即《台州量田图》与《台州黄岩县围量田图》。由《嘉定赤城志·版籍门一》陈耆卿按语知,台州在嘉定十五年重新施行经界法时,不是五县同时铺开,而是有步骤地循序渐进,先黄岩、宁海两县,次临海县和仙居县。所以杨辉在《田亩比类乘除捷法》卷上所引《台州黄岩县围量田图》应是台州五县中最先完成的“量田图”,至于杨辉为何没有引用其他四县的量田图,可能的解释是杨

辉曾在台州担任过负责地籍的官职。对此,有学者分析说:“杨辉在《田亩比类乘除捷法》卷上曾五次引用台州(今浙江临海县)量田图,其中一条引作台州黄岩县围量田图。据此推测,杨辉可能在台州当过官,甚至可能《田亩比类乘除捷法》一书正是在台州任上写成。否则,杨辉何以对台州文献如此熟悉,又何以专用台州量田图出题而不用他处文献?”^[10]经界法不仅需要一定的算学知识,而且具体工作既繁难又琐细,没有人敢保证零误差。在此条件下,如何减少计算误差,从而保证田亩丈量结果的客观、准确,就是当时台州地方政府面临的重要课题。而杨辉很可能亲临第一线去指导过台州各地的经界工作,因为他在《详解九章算法·自序》中明确提出“僭比类题,以通俗务”^{[9]951}的算学思想。把“比类题”与“俗务”(社会经济生活实际)联系起来,这是杨辉对“比类题”性质的深刻说明。当然,也是他长期从事地籍管理实践工作的科学总结。这样,我们就容易理解杨辉在《田亩比类乘除捷法》中引用的“台州量田图”算题,为什么都是以“比类题”的形式呈现给读者。

在《田亩比类乘除捷法》卷上最后,一方面为了强化“通俗务”的算学思想,另一方面也为了推广“梯田法”在“田亩乘除捷法”中的应用,杨辉特别指出:“以后比类一十四题,并借用梯田法。”^{[9]1081}文中所言“一十四题”分别是:箭田、墙田、圭垛、梯垛、腰鼓田、鼓田、三广田、曲尺田、环田、方箭、圆箭、圭梯垛、箭筈田、箭翎田^{[9]1081}。考《台州量田图》才仅仅给出了曲尺田、箭筈田和箭翎田三题,其余十一题尽管没有指明来源,但可以肯定的是,它们作为一种具有普适性的数学模型(即“借用梯田法”)也都是杨辉田亩实践经验的提炼。如果承认“一十四题”皆来自江浙一带的农业生产实际,那么我们就可以通过这些算题对南宋后期整个江浙丘陵地区的农业生产状况作一粗略估计。

诸多奇形怪状的农田,广泛分布在台州、明州、温州等丘陵地区,这些农田即成为养活南宋两浙约1847万余人^[11]的主要物质载体。与平原地区的大面积农田布局不同,丘陵地区的农田分布不仅零零散散,而且地形复杂,土地贫瘠。在唐代,这里本是“贬谪之地”,进入两宋以后,

随着北方人口的大量拥入,台州的人口增长速度较快。据吴松弟研究,北宋崇宁元年(1102年)台州的人口密度为每平方公里14.4户,增加到南宋嘉定十五年的23.9户^[12],120年间增长了近1倍,遂成为一个典型的生齿日繁、人稠地狭的经济区域。尤其是这里本来可利用的耕地就不多,加之人口增长速度过快,这就迫使人们不得不尽力与山水争田,诸如台州出现的海涂田与新围田便是例证。而在有限的地域内,荒崖浮沙,因势垦山造田,于是经过人工“层蹬横削”^[13]的各种奇形怪状的小块梯田便应运而出了。

除了土地资源比较紧张外,台州地区的农业生产环境也十分恶劣。南宋淳熙二年(1175年)台州知州尤袤有诗云:“三日霖霖已渺漫,未晴三日又言干。自来说道天难做,天到台州分外难。”^[14]淳熙十二年(1185年)台州知州熊克又有诗云:“低田傍海仰依山,雨即横流旱即干。时决时潴能自力,转成沃壤不为难。”^{[3]7581}两任知州关注同一个现象,表明当时台州的农业生产环境确实不容乐观。陈傅良在总结闽浙地区的农业生产经验时也指出:“闽、浙(指浙江台、严、温等州的丘陵地区)之土,最是瘠薄,必有锄耙数番,加以粪溉,方为良田。”^{[15]563}由此我们反思杨辉偏从《台州量田图》里选取算题,其深意恐怕还在于通过例题这种形式来引导人们高度重视台州的土地利用问题。只可惜,《杨辉算法》没有具体给出台州梯田的单位面积产量,但杨辉在《乘除通变本末》中有两道计算亩产量的例题,或许能给我们某种启示。其题云:“每亩收粟二石七斗,今共收粟六百四十二石六斗,问元田若干?答曰:二百三十八亩。”^{[9]1059}另一题则云:“二百三十八亩,每亩收粟二石七斗。问共几何?答曰:六百四十二石六斗。”^{[9]1059}由于这两道算题没有明确所指何地,故它们究竟是指平原地区的亩产量还是丘陵山地的亩产量,不得而知。然而,陈傅良在讲述闽浙丘陵山地的农业生产状况时特别指出:“闽、浙上田收米三石,次等二石。”^{[15]563}文中的“收米”与“收粟”是否同一个概念,其中“收米”是指脱粒还是不脱粒的谷物,学界尚有争论。在此,我们重点考察台州人的“食粟米”问题。

南宋初年浙人尚不习惯以粟为食,《宋史·

成闵传》载:“金兵北遁,委弃戈甲、粟米山积,诸军多仰以给。惟闵军多浙人,素不食粟,死者甚众。”^{[1]11502-11503}宁可饿死也不食粟米,可能有些夸张,但浙人至少在南宋初期还不食粟米应当不是虚构。尽管宋太宗端拱初年,针对“江南专种粳稻”^{[1]4159}的单一种植结构,诏令两浙、福建诸州长吏,“劝民益种诸谷,民乏粟、麦、黍、豆种者,于淮北州郡给之”^{[1]4159}。但终北宋一朝,两浙尤其是台州、温州等沿海地区“杂种”尚未普及。随着南宋初年大量北方人口迁入台州、温州等丘陵地区,原本不宜耕种的荒山旷野,到嘉定年间已经是“寸壤以上未有菜而不耕者”了。考《嘉定赤城志》卷三十六“谷之属”中有“粟”,并注云:“粟,有粬、糯二种,江东呼为粢。”^{[3]7559}因粟物的择地性不强,故人们在台州丘陵山田广泛种植麦、粟等旱地农作物,对于维持生计很有必要。故时人有所谓“高田种早,低田种晚,燥处宜麦,湿处宜禾,田硬宜豆,山畲宜粟”^[16]之说,学界也有人将此称为“南宋时期中原汉人生计模式”^[17]。台州丘陵地区的旱地较多,粟的种植面积也较大。因此,《杨辉算法》出现了多道与粟物有关的例题。如“粟二千七百四十六石,给一千一百一十一人。问各几何?答曰:二石四斗七升一合四勺”^{[9]1052}。又“粟一百五十六石八斗七升,每人支六斗三升。问给几人?答曰:二百四十九文(人)”^{[9]1058}。再有“粟四百四十七石九斗三升,各支一石八斗九升。问给几人?答曰:二百三十七人”^{[9]1070}。这些算题所隐含的社会经济史意义是多方面的,但它们至少告诉我们这样一个问题,那就是到南宋中后期,台州人食粟米已经属于生活常态了。

二、从《正斛法》看南宋官量和民量之出入

《正斛法》是杨辉撰写的一篇数学论文,其体例与一般的算题不同,故有学者评论:“于南宋时期,商业有所发展,尤其在京城商品交易很频繁,校正度量单位显得越来越重要。所以杨辉写了这一段‘正斛法’。本卷内容之庞杂,由此可见一斑。”^[18]在古代,斛法与赋税关系密切。前揭《嘉定赤城志》所云各种“皆输于官”的

田产,都需要缴纳赋税,故斛量的重要性不言而喻。而对于宋代的赋税,《宋史·食货志》载:

宋制岁赋,其类有五:曰公田之赋,凡田之在官,赋民耕而收其租者是也。曰民田之赋,百姓各得专之者是也。曰城郭之赋,宅税、地税之类是也。曰丁口之赋,百姓岁输身丁钱米是也。曰杂变之赋,牛革、蚕盐之类,随其所出,变而输之是也。岁赋之物,其类有四:曰谷,曰帛,曰金、铁,曰物产是也。谷之品七:一曰粟,二曰稻,三曰麦,四曰黍,五曰稌,六曰菽,七曰杂子。^{[1]4202}

旧诸州收税毕,符属县追吏会钞,县吏厚敛里胥以赂州之吏,里胥复率于民,民甚苦之。建炎四年,乃下诏禁止。令诸州受租籍不得称分、毫、合、龠、铢、厘、丝、忽,钱必成文,绢帛成尺,粟成升,丝绵成两,薪蒿成束,金银成钱。^{[1]4203}

凡岁赋,谷以石计,钱以缗计,帛以匹计,金银、丝绵以两计,藁秸、薪蒸以围计,他物各以其数计。^{[1]4205}

考杨辉《正斛法》为其《续古摘奇算法》中所关注的一个问题,系有感于《夏侯阳算经》“仓曹”题而发。他在引述了《夏侯阳算经》“言斛法不同”的内容后,无不以为南宋的斛法状况深感担忧。他说:“辉伏睹京城见用官斗号杭州百合,浙郡一体行用。未较积尺积寸者,盖斗势上阔下狭,维板凸突,又有提梁,难于取用。况栲栳藤斗,循习为之。今将官升与市尺较证,少补日用万一。”^{[9]1103}“浙郡”是南宋国都所在,连这里的“官斗”都失之于“较积尺积寸”,更何况其他州郡。事实上,自绍兴以后,南宋的量器已经弊端丛生,斛式非常混乱。据郭正忠考证,宋人常用的加斛和省斛至少在16种以上,而常用的加斗和省斗则在20种以上^[19]。故时人马光祖深感其病弊严重,曾言:“苗仓受输之斛,自绍兴年间朝廷发下文思院式样,之后,岁久更换不常。州府不曾仔细契勘,听其添新换旧,创造一等新斛。所谓新斛者,多用碎板合成,厚薄不等。其口,或敞或撮;其制,或高或低;分寸差殊,升斗赢缩。官员每早入,仓斗级谬为呈斛,诡称公当,其实不然。瞬息之间,纳米丛杂,心机手法,捷若鬼神。病弊万端,不可枚数。”^[20]官斗如此,

民斗则更糟。“商贾细民私置秤、斗,州县虽有着令,然私相转用,习以为常,至有百里之间,轻重多寡不同。”^[21]尽管真德秀、黄震等也曾力图扭转时弊,甚至真氏还做出了“索毁太平州私创之大斛”^{[1]12960}的大胆举措,可惜大局已定,势难挽回。与真德秀、黄震等不同,杨辉针对南宋晚期的斛式乱象,站在数学的精确化角度,并根据南宋各地的斛量特点,对升、斗、石量器的形制,设计了一套标准斛式。

每方三寸谓四维,各三寸,高三寸,积二十七寸,受粟一胜(即升)。

每方五寸,深五寸四分,积一百三十五寸,受粟五胜(即升)。

每方一尺,深二寸七分,积二百七十寸,受粟一斗。

每方一尺,深一尺三寸五分,受粟五斗。

每方一尺,深二尺七寸,受粟一石。^{[9]1103}

杨辉以上设计的5种斛式,分一升、五升、一斗、五斗、一石五种类型。至于升、斗、石之间的进位关系,《葑航纪谈》载:“韩彦古时为户曹尚书,孝宗皇帝问曰:‘十石米有多寡?’彦古对曰:‘万合、千升、百斗、廿斛。’遂称旨。”^[22]即20斛等于10石(2斛等于1石),100斗等于20斛(5斗等于1斛),1000升等于100斗(10升等于1斗),10000合等于1000升(10合等于1升)。由此可见,杨辉所倡导的量器取消了“升”斛、“石”斛这些容量单位,而直接采用“五斗”斛制。诚如前述,既然南宋政府在征收赋税时以石为法定单位,而且国家规定收税要用省斛即文思院斛,那么,各地农民所分担的赋税应当是一致的。事实上,各地使用的市斛(亦称加斛)都比省斛要大,也就是说各地农民所承担的实际赋税数额都会多于国家规定的赋税数额,这也是南宋增加税额的一种重要方式^[23]。对此,南宋后期的另外一位数学家秦九韶在其所著《数书九章》一书中讲得比较具体。其“课余贵贱”算题云:

问差人五路和余,据甲浙西平江府石价三十五贯文,一百三十五合,至镇江水脚钱,每石九百文。安吉州石价二十九贯五百文,一百一十合,至镇江水脚钱,每石一贯二百文。江西隆兴府石价二十八贯一百

文,一百一十五合,至建康水脚钱,每石一贯七百文。吉州石价二十五贯八百五十文,一百二十合,至建康水脚钱,每石二贯九百文。湖广潭州石价二十七贯三百文,一百一十八合,至鄂州水脚钱,每石二贯一百文。……其米,并用文思院斛,较量细数,欲皆以官斛计石钱,相比贵贱几何(文思院斛,每斗八十三合)?^{[24]407-408}

黄榦《复吴胜之湖北运判四》又说:

本军市井有三样斛:有文思院斛,此官省斛也;有黄池斛,客人所常用也;有打买斛,军学所置,客旅交易必请此斛,官收斛钱以养士也。^[25]

关于文思院斛、斗的形制,《续宣城志》载嘉定九年(1216年)三月宁国府所造文思院斛、斗云:“今措置,每斛各以尺为准。斛外自口至墙底,底高一尺二寸七分,斛内自口至底面,深一尺二寸八分,而斗外自口至墙底三寸九分,斗内自口至底面深三寸三分,明里口方九寸,明里底面方五寸六分。”^{[26]1023}由于文思院斛为圆柱体,其容积等于圆周率(或徽率)乘半径平方再乘高,即1104.8立方寸。从上述给出的数据看,文思院斗为梯形截面体,其容积为179立方寸。按照宋朝的量制,5斗等于1斛,结果通过前面文思院斛所换算出来的1斗容积,与文思院斗的容积不等值。对此,郭正忠、丘光明等学者都曾作过颇有深度的探讨^①,不赘。细心的人们可能会留意,秦九韶在“课余贵贱”算题中所讲的“文思院斛,每斗八十三合”,同杨辉在“正斛法”中所讲的“官斗(杭州百合)”不是指同一种谷物,且“斛”的含义也不一样。前者是指稻米的重量,后者则是指粟堆的容积。由于两种谷物的颗粒大小有别,所以在同样的斛斗量器中,其重量肯定是不相同的。《九章算术·商功章》云:“程粟一斛,积二尺七寸。其米一斛,积一尺六寸五分寸之一。其菽、荅、麻、麦一斛,皆二尺四寸十分寸之三。”^{[27]175}刘徽注:“积二尺七寸者,谓方一尺,深二尺七寸,凡积二千七百寸。”^{[27]175}同理,“一尺六寸五分寸之一者,谓积一千六百二十寸”,“二尺四寸十分寸之三者,谓积二千四百三十寸”,“此为以精粗为率,而不等其概也”^{[27]175}。那么,“积二千七百寸”到底是指面积还是容积?

郭书春认为:“‘积二千七百寸’并不是2尺³7寸³,而是2尺³七尺²寸=2700寸²。”^[28]与之相左,肖作政等则认为:“粟1石的体积是2.7立方尺。”^[29]本文认同体积说。显然,杨辉所设计的量斛本自《九章算术》。同理,“每方三寸,高三寸,积二十七寸,受粟一升”,即量1升粟,其容积为27立方寸;“每方五寸,深五寸四分,积一百三十五寸,受粟五升”,即量5升粟,其容积为135立方寸;“每方一尺,深二寸七分,积二百七十寸,受粟一斗”,即量1斗粟,其容积为270立方寸;“每方一尺,深一尺三寸五分,受粟五斗”,即量5斗粟,其容积为1350立方寸;“每方一尺,深二尺七寸,受粟一石”,即量一石粟,其容积为2700立方寸。从杨辉“少补日用万一”的设计理念看,以上5种量器主要是为了方便民间交易之用。这里需要注意一个问题,在《九章算术》的题例里,“程粟”与“其米”分开来计算容积,“其米一斛,积一尺六寸五分寸之一”,即量1斛米,其容积为1650立方寸。也就是说,米的容积为粟容积的一又九分之二。这样容积之差应当是由粮食加工过程中的损耗所致。于是,量器就出现了“足斛”与“省斛”之分别,与之相应,“粟”一般是用来计算粮食的亩产量,而“米”则是一般用来计算口粮。

《杨辉算法》出现的“杭州百合”是指足斛,而《数书九章》出现的“每斗八十三合文思院斛”则是指省斛。实际上,秦九韶在题中已经讲得很明确:“其米,并用文思院斛。”换言之,文思院斛主要是用来计算作为口粮性质的谷米。在《杨辉算法》中,也有类似的题例。如“米八百九十石,每石省斛八斗三升,问:为足斛几何?答曰:七百三十八石七斗”^{[9]1064}。又如“米一百七石,每石增耗三升,问:共几石?答曰:一百一十石二斗一升”^{[9]1064}。题中“每石省斛八斗三升”是指文思院斛,其“米”不管是粟米还是稻米,应是指加工后的口粮或税粮。例如,《昌国州图志》载:“旧志输纳苗米之田,不载以秋税之数,考之征米……该征二千八百三十一石六斗八升二合二勺,此文思院斛。”^[30]显然,文思院斛所征之米基本上都是口粮或税粮。这样的例证还有很多,不妨再枚举数例如下。

《宝庆四明志》载:“大要欲余米谷各二

万斛(文思院斛)。米余于吴,谷余于鄞。”^[31]

《蒋侯传》载:“长孺在武林,闻故老传说,(南宋淳祐年间)赵忠惠公为临安尹,会城中见口,日食文思院斛米三千石。”^[32]

《正德华亭县志》载:“及考县宰杨瑾所记宋末官民田土税粮(注:粳米),共该四十二万二千八百余石,乃宋之文思院斛。”^[33]

《至顺镇江志》载:“宋绍熙迄嘉熙中,……岁入租粮八百五十八石四斗一升二合,俱纳糙粳米,旧收一千一百余石,乃用文思院斛。”^[34]

至元代,江南地区仍延续“其输米者止用宋斗斛”的宽民之制,“盖以宋一石当今(指元代)七斗故也”^{[35] 2359}。从亩产量的“粟”到税粮之“米”,对应于不同的量器,反映了南宋中央集权统治者相对恤民的一面。这样的史例在南宋也有,如《宋史》载:南宋人刘宰“更县(即镇江府)斗斛如制”^{[1]12169},把地方行用的市斛改用文思院斛^[36],从而减轻了民众的负担,便是一件“利于乡人”^{[1]12169}的事情。而宋太祖“诏广南诸州受民租皆用省斗”的初衷,亦正在于此。事实上,南宋政府也一直把文思院斛作为法定量器。诚如南宋时人李道传所说:“文思院斛斗天下所同,朝廷颁降铜式,付之提举司。”^{[26]1024}不过,文思院斛虽然有“腹大口狭,难于作弊”的优点,但在具体执行的过程中,存在的问题也很多。除了像杨辉说的“难以取用”之外,更严重的是铸造各种文思院斛斗需要消耗大量铜铁。下面是《许国公奏议》中的一段史料,不妨转引于兹:

隆兴府管催秋苗一十九万一千七百一十石八斗四升九合五勺,每一石以一石六斗为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛十只,一斗铁斛十只。

吉州苗盐米一十六万石,约收米二十四万一千六百石,每一石以一石五斗为准,屯田米四万石,约收米四万九千六百石,每一石以一石二斗为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛十六只,二斗铁斛十六只。

吉州吉水、永丰、太和、万安、龙泉县,共受领九万九千二百二十二石一斗六升,同前,仍各给五斗铁斛四只,二斗铁斛四只。

赣州岁催秋苗八万六千五十七石五斗四升,每一石以一石三斗为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛八只,三斗铁斛六只。

袁州岁额催秋苗一十一万九千四百五石五斗三升五合七勺六抄,每一石以一石五斗为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛十只。

瑞州岁额催秋苗九万七千三百五十七石一斗七升四合一勺四抄,每一石以一石六斗为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛八只,一斗铁斛六只。

江州岁额催秋苗四万三千六十九石七斗八升,每一石以一石六斗为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛六只,一斗铁斛六只。

江州德安县米一万一千七百五十二石一斗七升五合,每一石以一石二斗五升为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛四只,二斗五升铁斛四只。

抚州额管实催临川等五县苗屯米一十三万七千二百七十九石四斗九升,每一石以一石四斗五升为准,正耗义仓等米,并在其内,仍给五斗铁斛十只,四斗五升铁斛六只。^{[37]29-30}

以上仅仅是南宋“江右”地区的情况,这些数量不等的文思院斛斗无疑会消耗大量熟铁资源,故各州府逐渐改用木制。前揭杨辉所说的“杭州百合”即为木制,民间甚至还有用“栲栳藤斗”^{[9]1103}作为量具者,而这些“栲栳藤斗”在斛量实践中很难保证其精确性。因此,杨辉所设计的量器主要就是为了改变这种斛量乱象。

与《许国公奏议》中出现的五斗斛、四斗五升斛、三斗斛、二斗斛、二斗五升斛、一斗斛均为省斛不同,杨辉设计有足斛和省斛(即省量)两种量器。其“一石斛”为足斛,余则4种为“省斛”。明代董穀《碧里杂存》“论斛”云:“今官制,五斗为一斛,盖取其轻而易举耳,实当古斛之半也。”^[38]此外,《许国公奏议》里的斛均为“官斛”,而杨辉所设计的斛斗则为“民斛”。从“省斛”的角度看,其一石文思院斛的容积少于两个五斗斛相加之积。按秦九韶《数书九章》“积仓知数”

题给出一石文思院斛的容积为250立方寸(即斛法二尺五寸)^{[24]388},而杨辉所设计的“一石斛”的容积则为270立方寸,二者相差20立方寸。至于《许国公奏议》里的斛为什么缺失“一石斛”,原因可能比较复杂,但有一点却是肯定的。宋朝创立文思院斛的初衷本是“宽恤之目,以核二税之中”,“宽恤”的本质虽然是“爱惜民力”^{[37]29},但在国家得利的前提下,地方政府的利益被减损了。于是,各地州府、县乡为了自身的经济利益,便开始自行制造量器,如吉州斛、潭州斛等。如果说一石文思院斛属于省量的官斛,那么,南宋各地政府所自造的一石斛就属于加量的官斛了。这些“加量斛”的容积都大于一石文思院斛,有一石斛容积为130升者,也有120升、115升者等,这还不包括各种形式的“加耗”。所以《许国公奏议》里缺失“一石斛”也就减少了国家和地方政府之间的经济矛盾,同时也兼顾了双方之间的经济利益。杨辉生活在南宋末期,当时市场上的民量情形更加混乱。作为一位有责任心的地方官员,针对不法商人“大斗进,小斗出”的短斤少两现象,他从维护江浙地区的市场秩序出发,同时考虑到交易双方各自的切身利益,师法《九章算术》,对“一石斛”及“五斗斛”等量器都进行了实际测算,不论是形制还是容积,既实用又科学。尤其是根据民间粮食交易的客观需要,杨辉还对“方斛”或“方积”与“圆斛”或“圆积”之间的数量关系进行了换算,从而为不同形制的量斛制造提供了科学依据。

余 论

农田开发和利用的程度在一定意义上标志着一个地区农业生产发展水平的高低。在南宋,台州的农田开发已经到了极限,其农田利用程度也较高,这一点可以通过当时台州居民抗击自然灾害的能力体现出来。据《浙江省气候史料》统计,终南宋一代,台州及所辖五县发生旱涝雪等灾害总计69次^[39],其中从淳熙元年(1174年)到淳熙九年(1182年),台州临海、天台、黄岩等县多年遭受大旱,“饥甚”时甚至出现了“民多流亡”和“剽盗起,台为甚”^{[1]1467}的现象。但是,却极少出现如元、明时期“饿死者无

数”,清朝“民饥,挖白泥为食”以及同时期建康府、淮民“大饥,人相食”的极端社会后果。在应对灾荒方面,除了如黄宜在淳熙二年(1175年)、唐仲友在淳熙七年(1180年)“奏请拨常平义仓赈济诸县灾民”和国家对受灾州县蠲免税赋外,家有积余应是一个重要因素。因此,熊克所言“黄岩出谷半丹邱”^{[3]7581}绝非虚象。朱熹《奏巡历至台州奉行事件状》亦云,黄岩县“从来出谷最多,一州四县皆所仰给”,“然其田皆系边山濒海”,故“惟水利修则黄岩可无水旱之灾,黄岩熟则台州可无饥谨之苦”^[40]。对于南宋时期台州地区的农业发展,韩茂莉有一段精彩评论:“农作物种类的增新标志着农耕水平的提高,特别是旱地粮食作物小麦的广泛种植,一方面说明沿海涂田地普遍掌握了稻麦两熟水旱轮作技术,另一方面则意味着靠山高亢旱地得到了更充分的利用。”^[41]

杨辉算题中出现的各类小块田亩,不愧是台州先民开发丘陵山地农业的一种创造。与此相应,便是各种农田水利设施的修建。据《嘉定赤城志·山水门二》所载录的数据统计,当时台州郡属县境内的堰、泾、碓、埭等农田水利设施计有219处^{[3]7477-7483}。由于进入杨辉题例的各种山间谷地、丘陵梯田,甚至濒海涂田,都是“履亩授砧(砧基簿,田亩清册)”的税田,故亩产量就是税农重点考虑的问题。对于南宋两浙地区的亩产量,学界迄今都没有形成一致观点。如前所述,台州“沃土少而瘠地多”是基本事实,《光绪仙台县志》也说这里“石田瘠薄,依山临溪,易为旱涝,而难为丰穰”^[42]。在这样的自然条件之下,顺乎天时,再助以人力,亩产二石至三石之间是比较符合实际的。

我们考察杨辉算题所见粮食作物,主要有粟、麦、稻(米)三种。而在记录南宋台州诸县遭受的自然灾害史料中,又屡见“五谷无收”“久旱,无麦苗”“旱,无麦禾”“旱,稻麦无收”等语。结合《嘉定赤城志·风土门》“谷之属”有稻、麦、麻、粟、豆五谷作物,可证当时台州农业生产已经普遍推广以稻麦复种为主的一年两熟制了。就整个南宋农业而言,“南宋时期稻麦复种制和稻稻复种制的加速推广,这是当时世界上最为惊人的农业变革,开创了人类农耕史上的崭新纪

元”^[43]。

宋朝统治者规定以“石”为单位来征收田赋,为了减轻农民的经济负担,从宋太祖开始,宋朝就以文思院斛为征收税粮的官方量器,民间交易则有不同于文思院斛的市井量器。然而,不论官量还是民量,那些贪官污吏和不法商人总是千方百计在量器上动心机,榨取民脂民膏。民量乱,官量更乱。所以南宋许多名臣如朱熹、吴潜等都对部分州府的“加量”斛斗进行整顿,收到了一定成效。可惜,由于南宋的赋税情形比较复杂,且地方财政与国家财政之间存在着各种各样的矛盾,特别是“自军兴,计司常患不给,凡郡邑皆以定额窠名予之,加赋增员,悉所不问,由是州县始困”^[44],遂造成“严重的地区地方财政赤字达预算的二倍、三倍,以至四倍、五倍不止”^[45],故量器之乱象,终南宋一朝都没有得到有效治理。但这绝不等于说,那些贪官污吏和不法商人就可以肆意妄行,鱼肉百姓了。杨辉在两浙地区担任地方官多年,他关注土地,了解民愿,深知量器与国计民生之利害。与官量的管理体制不同,市井民量多由各地地方官员和商人自行制造,毫厘出入,差别很大。杨辉所设计的量斛有“足斛”和“省斛”两种,其中“足斛”为一石斛,“省斛”分一升、五升、一斗及五斗4种类型,既照顾了交易双方的切身利益,同时又兼顾交易量的大小情形,比较符合南宋社会的市井实际。尽管杨辉所设计的量斛是否行之于市井社会的日常交易,难以确知,但是在当时的历史条件下,杨辉以数理科学为工具,对南宋市井民量进行大胆改造,从而使当时民间商品交易更趋于公平合理,作为南宋晚期的一名应用数学家,杨辉这种力行实践的科学精神值得肯定。

注释

①参见郭正忠:《三至十四世纪中国的权衡度量》,中国社会科学出版社1993年版,第357-380页;丘光明:《计量史》,湖南教育出版社2002年版,第444-451页。

参考文献

[1]脱脱,等.宋史[M].北京:中华书局,1977.
[2]黄震.黄氏日钞[M]//景印文渊阁四库全书:第708册.台北:台湾商务印书馆,1986:810.

- [3]陈耆卿.嘉定赤城志[M]//中华书局编辑部.宋元方志丛刊:第7册.北京:中华书局,1990.
[4]马执斌.文史趣谈[M].北京:中国地图出版社,2009:241.
[5]万哲先.孙子定理和大衍求一术[M].北京:高等教育出版社,1989:150.
[6]台州市土地志编纂委员会.台州市土地志[M].[出版者不详].
[7]喻长霖.台州府志[M].台北:成文出版社,1970.
[8]梁庚尧.南宋的农村经济[M].北京:新星出版社,2006.
[9]杨辉.杨辉算法[M]//郭书春.中国科学技术典籍通汇(数学卷):第1册.开封:河南教育出版社,1993.
[10]周瀚光,孔国平.刘徽评传:附《秦九韶、李冶、杨辉、朱世杰评传》[M]//南京大学中国思想家研究中心.南京大学中国思想家研究中心与《中国思想家评传丛书》.南京:南京大学出版社,1994:212.
[11]程民生.宋代人口问题考察[M].郑州:河南人民出版社,2013:28.
[12]吴松弟.南宋人口史[M].上海:上海古籍出版社,2008:209.
[13]王祯.农书译注[M].济南:齐鲁书社,2009:412.
[14]林表民.天台续集别集[M]//浙江省地方志编纂委员会.宋元浙江方志集成:第14册.杭州:杭州出版社,2009:6886.
[15]陈傅良.陈傅良文集[M].周梦江,点校.杭州:浙江大学出版社,1999.
[16]真德秀.真文忠公文集[M]//景印文渊阁四库全书:第1174册.台北:台湾商务印书馆,1986:643.
[17]苏文菁.闽商发展史:宁德卷[M].厦门:厦门大学出版社,2017:75.
[18]郭熙汉.杨辉算法导读[M].武汉:湖北教育出版社,1996:293.
[19]郭正忠.两宋城乡商品货币经济考略[M].北京:经济管理出版社,1997:242.
[20]周应合.景定建康志[M]//王晓波,李勇先,张保见,等点校.宋元珍稀地方志丛刊:甲编3.成都:四川大学出版社,2007:1728.
[21]徐松.宋会要辑稿[M].刘琳,刁忠民,舒大刚,等校点.上海:上海古籍出版社,2014:8052.
[22]佚名.苇航纪谈[M]//上海师范大学古籍整理研究所.全宋笔记:第十编十二.郑州:大象出版社,2018:201.
[23]吕兴焕.《数书九章》与南宋社会经济[M].北京:军事谊文出版社,2002:67.
[24]王守义.数书九章新释[M].合肥:安徽科学技术出版社,1992.

- [25]曾枣庄,刘琳.全宋文:第288册.[M].上海:上海辞书出版社,2006:125.
- [26]马蓉,陈抗,钟文,等.永乐大典方志辑佚[M].北京:中华书局,2004.
- [27]算经十书[M].钱宝琮,校点.北京:中华书局,1963.
- [28]郭书春.古代世界数学泰斗刘徽[M].济南:山东科学技术出版社,1992:56.
- [29]肖作政.中国古典数学名著《九章算术》今解[M].沈阳:辽宁人民出版社,1990:120.
- [30]冯福京.昌国州图志[M]//景印文渊阁四库全书:第283册.台北:台湾商务印书馆,1986:68.
- [31]罗潜.宝庆四明志[M]//浙江省地方志编纂委员会.宋元浙江方志集成:第7册.杭州:杭州出版社,2009:3207.
- [32]胡长孺.蒋侯传[M]//王国平.杭州文献集成:第1册.杭州:杭州出版社,2014:407.
- [33]上海市地方志办公室,上海市松江区地方志办公室.松江县卷[M].上海:上海古籍出版社,2011:127.
- [34]任继愈.中华大典·教育典·教育制度分典:第3册[M].上海:上海古籍出版社,2012:413.
- [35]宋濂,等.元史[M].北京:中华书局,1976.
- [36]梁庚尧.宋代科举社会[M].上海:东方出版中心,2017:186.
- [37]吴潜.许国公奏议[M].北京:中华书局,1985.
- [38]董穀.碧里杂存[M].北京:中华书局,1985:60.
- [39]浙江省气象局.浙江省气候史料[M].杭州:浙江省气象局,1978:84-87.
- [40]朱熹.朱熹集[M].郭齐,尹波,点校.成都:四川教育出版社,1996:711.
- [41]韩茂莉.宋代农业地理[M].太原:山西古籍出版社,1993:115.
- [42]仙居县地方志编纂委员会.光绪仙居县志[M].上海:同济大学出版社,1990:60.
- [43]葛金芳.南宋全史:五[M].上海:上海古籍出版社,2016:261.
- [44]李心传.建炎以来朝野杂记[M].北京:中华书局,2000:393.
- [45]包伟民.宋代仓宪俸丞财赋征调系统简述[M]//漆侠,王天顺.宋史研究论文集.银川:宁夏人民出版社,1999:236.

Viewing Two Aspects of Regional Agricultural Economic History in the Southern Song Dynasty from *Yang Hui Suanfa*

LÜ Bianting and Wu Chenlin

Abstract: *Yang Hui Suanfa* is a collection of arithmetic works compiled by Yang Hui in the late Southern Song Dynasty, which preserves some original materials of Taizhou cadastre at that time in form of arithmetical question. Therefore, we can make a rough estimate of the agricultural production status in the entire Jiangsu and Zhejiang hilly areas in the late Southern Song Dynasty through these arithmetical questions. Especially, according to the objective needs of private grain transactions, Yang Hui converted the quantity relationship between “Fanghu” or “Fangji” and “Yuanhu” or “Yuanji”, thus providing a scientific (practical) basis for the manufacture of different shape of Lianghu. Using mathematical and physical sciences as tool, Yang Hui, as an applied mathematician in the late Southern Song Dynasty, boldly transformed the measurement way, thereby making the private commodity trades at that time tended to fair and reasonable. This scientific spirit of practice is worthy of affirmation.

Key words: *Yang Hui Suanfa*; the Southern Song Dynasty; agriculture; negative mountain coastal area

[责任编辑/晨 潇]